## 1 التركيز

### التخطيط الرأسي

**قبل الدرس 1-12** قياس الخطوط والزوايا وتصنيفها.

**الدرس 1-12** تعريف وتصنيف المثلثات بقياسات الزوايا وقياسات الأضلاع.

**بعد الدرس 1-12** استخدام تحويلات التطابق لتخمين وتبرير خواص الأشكال الهندسية.

## 2 التدريس

### الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

**اطرح الأسئلة التالية:**

- ما الذي يبدو صحيحًا عن أطوال أقواس الأبراج الثلاثة التي تشكّلُ مثلثًا؟ أطوال الأقواس متماثلة.
- يبدو أن الزوايا الثلاث في هذه المثلثات التي نشأت عن الأقواس متطابقة. ولو كان هذا صحيحًا. فما قياس كل زاوية؟ 60 درجة
- لو نشأ عن الأقواس زوايا غير متطابقة. فهل كان من الممكن أن تظل الأقواس متطابقة؟ بالطبع لا. فالمثلث متساوي الأضلاع يجب أن تكون زواياه الثلاث أيضًا متطابقة.



# 12-1 تصنيف المثلثات

**السابق**

- لقد قست الزوايا وصنفتها.

**الحالي**

1 تحديد المثلثات وتصنيفها حسب قياسات الزوايا.

2 تحديد المثلثات وتصنيفها حسب قياسات الأضلاع.

**لماذا؟**

- تم تصميم أبراج البث اللاسلكي لتدعم الهوائيات لبث إشارات البث أو الإذاعة. يكشف هيكل البرج المعروض عن عدد المثلثات.

## المفردات الجديدة

مثلث حاد
**acute triangle**
مثلث متساوي الزوايا
**equiangular triangle**
مثلث منفرج الزاوية
**obtuse triangle**
مثلث قائم الزاوية
**right triangle**
مثلث متساوي الأضلاع
**equilateral triangle**
مثلث متساوي الساقين
**isosceles triangle**
مثلث مختلف الأضلاع
**scalene triangle**

تصميم إشارات هندسية للأشكال باستخدام مختلف الأدوات والطرق (القرنبار والمسطرة والغيط والأدوات الملائمة والورق الطبل للطي وبرنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

التفكير بطريقة تحريرية وأسبابه.

مراعاة الدقة.

## 1 تصنيف المثلثات حسب الزوايا

تذكّر أن البنات شكل ثلاثي الأضلاع البنات $ABC$. يكتب $\triangle ABC$. له أجزاء مسماة باستخدام الأحرف $A$ و $B$ و $C$.

أضلاع $\triangle ABC$ هي $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$ و $\overline{CA}$

الرؤوس هي النقاط $A$ و $B$ و $C$.

الزوايا هي $\angle BAC$ أو $\angle A$ و $\angle ABC$ أو $\angle B$ و $\angle BCA$ أو $\angle C$.

يمكن تصنيف المثلثات بطريقتين – حسب زواياها أو حسب أضلاعها. تحتوي كل المثلثات على زاويتين حادتين على الأقل. لكن الزاوية الثالثة تستخدم في تصنيف المثلث.

**المفهوم الأساسي** تصنيفات المثلثات حسب الزوايا

| مثلث حاد | مثلث متساوي الزوايا | مثلث منفرج الزاوية | مثلث قائم الزاوية |
|---|---|---|---|
| | | | |
| 3 زوايا حادة | 3 زوايا حادة متطابقة | 1 زاوية منفرجة | 1 زاوية قائمة |

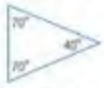
لكل مثلث متساوي الزوايا هو نوع خاص من المثلث حاد الزاوية.

عند تصنيف المثلثات، كن دقيقًا قدر الإمكان. فبينما المثلث الذي يضم ثلاث زوايا حادة متطابقة يعتبر مثلثًا حاد الزاوية، من الأدق تصنيفه على أنه مثلث متساوي الزوايا.

**مثال 1** تصنيف المثلثات حسب الزوايا

***ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.***

a.




يحتوي المثلث على ثلاث زوايا حادة غير متساوية.

b.

يبلغ قياس إحدى زوايا المثلث 90. ولذلك فهي زاوية قائمة. بما أن المثلث يحتوي على زاوية قائمة، فهو مثلث قائم الزاوية.



حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## 1 تصنيف المثلثات حسب الزوايا

يبيّن **المثالان 1 و 2** طريقة تصنيف المثلثات حسب قياس الزوايا.

### التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

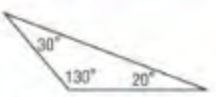
### أمثلة إضافية

**1** ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية*، أو *متساوي الزوايا*، أو *منفرج الزاوية*، أو *قائم الزاوية*.

a.

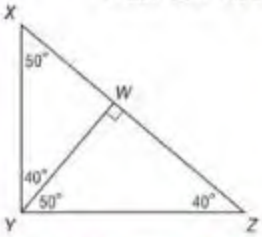
بما أن المثلث يحتوي على ثلاث زوايا متطابقة، فهو مثلث متساوي الزوايا.

b.




إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث يساوي 130 درجة فهذا المثلث منفرج الزاوية. إذا كان بالمثلث زاوية منفرجة، فهذا المثلث منفرج الزاوية.

**2** ضع تصنيفًا للمثلث $\triangle XYZ$ باعتباره *حاد الزاوية*، *متساوي الزوايا*، *منفرج الزاوية*، أو *قائم الزاوية*. اشرح تبريرك.




النقطة $W$ تقع داخل $\angle XYZ$. إذا باستخدام مسلّمة جمع الزوايا $m\angle XYW + m\angle WYZ = m\angle XYZ$ بالتعويض، $m\angle XYZ = 40 + 50$ أو 90. بما أن $\triangle XYZ$ به زاوية قائمة، إذا فهو مثلث قائم الزاوية.



**مراجعة المفردات**

**الزاوية الحادة** زاوية بقياس درجة أقل من 90

**الزاوية القائمة** زاوية بقياس درجة يبلغ 90

**الزاوية المنفرجة** زاوية بقياس درجة أكبر من 90

**تمرين موجّه**

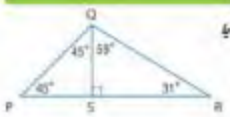
*ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.*

1A. **منفرج الزاوية**

1B. **متساوي الزوايا**

### مثال 2 تصنيف المثلثات حسب الزوايا داخل الأشكال

*ضع تصنيفًا للمثلث $\triangle PQR$ باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية. اشرح تبريرك.*




النقطة $S$ تقع في الزاوية الداخلية لـ $\angle PQR$. إذا حسب مسلّمة جمع الزوايا، $m\angle PQR = m\angle PQS + m\angle SQR$. بالتعويض، $m\angle PQR = 45 + 59$ أو 104.

بما أن $\triangle PQR$ يحتوي على زاوية منفرجة، فهو مثلث منفرج.

**تمرين موجّه**

2. استخدم الرسم التخطيطي لتصنيف $\triangle PQS$ باعتباره حاد الزاوية، أو متساوي الزوايا، أو منفرج الزاوية، أو قائم الزاوية. اشرح تبريرك. **قائم الزاوية؛ $\triangle PQS$ به زاوية قائمة واحدة.**

## 2 تصنيف المثلثات حسب الأضلاع

يمكن أيضًا تصنيف المثلثات وفقًا لعدد الأضلاع المتطابقة فيها. لتوضيح أن أضلاع المثلث متطابقة، يتم رسم عدد متساوٍ من علامات التميزة على الأضلاع المتناظرة.

**المفهوم الأساسي** تصنيفات المثلثات حسب الأضلاع

| مثلث متساوي الأضلاع | مثلث متساوي الساقين | مثلث مختلف الأضلاع |
|---|---|---|
| | | |
| الأضلاع الثلاثة متطابقة | ضلعان متطابقان على الأقل | لا توجد أضلاع متطابقة |

المثلث متساوي الأضلاع نوع خاص من المثلث متساوي الساقين.

**الربط بالحياة اليومية**

في الكثير من السيارات، تعمل مصابيح الخطر بالضغط على زر صغير يوجد بالقرب من مبيه القيادة. يتحد المفتاح في العادة شكلاً مألوفًا يشبه المثلث متساوي الأضلاع.

**المصدر:** دليل مالك

**مثال 3 من الحياة اليومية** تصنيف المثلثات حسب الأضلاع

**الموسيقى** *ضع تصنيفًا لصندوق أصوات العزف الروسي أدناه باعتباره متساوي الأضلاع أو متساوي الساقين أو مختلف الأضلاع.*

ضلعان لهما القياس نفسه وهو 40 سم. إذًا، المثلث له ضلعان متطابقان. المثلث متساوي الساقين.

**تمرين موجّه**

3. **سلامة القيادة** ضع تصنيفًا للزر في الصورة على اليمين حسب أضلاعه. **متساوي الأضلاع**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

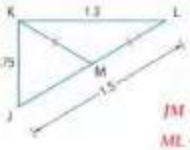


## التدريس المتمايز AL OL BL

**طريقة التواصل** يعمل الطلاب في مجموعات من 2 إلى 3 أشخاص لاستكشاف تصنيف المثلثات. اطلب من الطلاب أن يستكشفوا ويناقشوا الأسئلة التالية: هل تستطيع رسم مثلثٍ متساوي الزوايا به زاوية °90؟ هل تستطيع رسم مثلث قائم الزاوية وبه زاوية منفرجة؟ قم بتسهيل المناقشة ليكتشف الطلاب أيًا من تصنيفات المثلث متنافية وأيها غير متنافية.

## مثال 4 تصنيف المثلثات حسب الأضلاع داخل الأشكال

إذا كانت النقطة $M$ هي نقطة المنتصف في $\overline{JL}$، فضع تصنيفًا للمثلث $\triangle JKM$ باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع. اشرح تبريرك.




حسب تعريف نقطة المنتصف، $JM = ML$.

| | |
|---|---|
| $JM + ML = JL$ | تسلّمة جمع القطع المستقيمة |
| $ML + ML = 1.5$ | تعويض |
| $2ML = 1.5$ | بتبسيط |
| $ML = 0.75$ | اقسم الطرفين على 2 |

$JM = ML$ أو 0.75. بما أن $KM = ML$، فإن $\overline{KM} \cong \overline{ML}$ أو 0.75.

بما أن $KJ = JM = KM = 0.75$، يدعم المثلث ثلاثة أضلاع بالقياس نفسه. ولهذا، يدعم المثلث ثلاثة أضلاع متطابقة. ولهذا فهو متساوي الأضلاع.

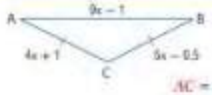
تمرين موجّه **4. متساوية الساقين؛ ضلعان في المثلث متطابقان.**

*A.* صنّف $\triangle KML$ باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع. اشرح تبريرك.

يمكنك أيضًا استخدام خواص المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة.

## مثال 5 إيجاد القيم المفقودة

**الجبر** أوجد قياسات أضلاع المثلث متساوي الساقين $ABC$.



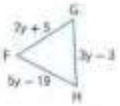

**الخطوة 1** أوجد قيمة $x$.

| | |
|---|---|
| $AC = CB$ | معطى |
| $4x + 1 = 5x - 0.5$ | التعويض |
| $1 = x - 0.5$ | اطرح $4x$ من كل ضلع |
| $1.5 = x$ | اجمع 0.5 إلى كل طرف |

**الخطوة 2** قم بالتعويض لإيجاد طول كل ضلع.

| | |
|---|---|
| $AC = 4x + 1$ | معطى |
| $= 4(1.5) + 1 = 7$ | $x = 1.5$ |
| $CB = AC$ | معطى |
| $= 7$ | $AC = 7$ |
| $AB = 9x - 1$ | معطى |
| $= 9(1.5) - 1$ | $x = 1.5$ |
| $= 12.5$ | بتبسيط |

تمرين موجّه




**5.** أوجد قياسات أضلاع المثلث متساوي الأضلاع $FGH$.

$FG = GH = HF = 21$

**تصحيحة دراسية**

**المغايرة** في المثال 5، للتحقق من إجابتك، قم بإجراء اختبار لترى ما إذا كان $AC = CB$ عند وضع 15 مكان $x$ في التعبير $CB = 5x - 0.5$، $CB = 5x - 0.5$ $= 5(1.5) - 0.5 = 7$ ✓

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

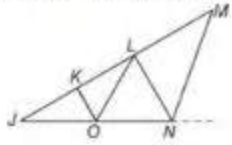


## 2 تصنيف المثلثات حسب الأضلاع

**الأمثلة 5–3** توضح كيف يمكن تصنيف المثلثات باستخدام عدد الأضلاع المتطابقة.

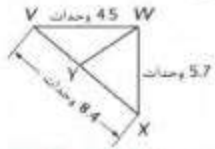
### أمثلة إضافية

**3 الهندسة المعمارية** تم وضع الهيكل مثلث الشكل الموضح بالأسفل لبناءٍ من الصلب. صنّف كل من $\triangle JMN$، $\triangle JKO$، و $\triangle OLN$ باعتباره *حادًا*، *أو متساويًا*، *أو منفرجًا*، أو *قائم الزاوية*.



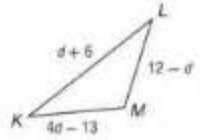

$\triangle JMN$ منفرج الزاوية. $\triangle JKO$ مثلث قائم الزاوية. $\triangle OLN$ متساوي الزوايا.

**4** إذا كانت النقطة $Y$ هي نقطة منتصف الضلع $\overline{VX}$ و $WY = 3.0$ وحدات، صنّف $\triangle VWY$ باعتباره *متساوي الأضلاع*، *أو متساوي الساقين*، أو *مختلف الأضلاع*. اشرح تبريرك.




مختلف الأضلاع؛ لأن الأضلاع الثلاثة لها أطوال مختلفة.

**5 الجبر** أوجد قياسات أضلاع المثلث متساوي الساقين $KLM$ الذي قاعدته $\overline{KL}$.




$KM = LM = 7$, $KL = 11$

## التدريس المتمايز OL BL

**التوسع** اطلب من الطلاب الرجوع إلى صورة الأقواس المثلثة في أعلى صفحة 235 ومقارنة المثلثات المتكوّنة. هل الأضلاع متطابقة؟ هل الزوايا متطابقة؟ هل المثلثات متطابقة؟ اطلب منهم عمل تخمينات عن الزوايا والأضلاع المشتركة في المثلّثين. الأضلاع المتناظرة متطابقة، والمثلثات متطابقة.

## التحقق من فهمك

**مثال 1** **الهندسة المعمارية** ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.

1.

قائم

2.

منفرج الزاوية

3.

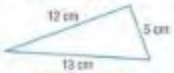
متساوي الزوايا

**مثال 2** ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية . اشرح تبريرك.

4. $\triangle ABD$ متساوي الزوايا؛ فالزوايا الثلاث جميعًا قياسها 60°.
5. $\triangle BDC$ منفرج الزاوية؛ $\angle BDC > 90°$
6. $\triangle ABC$ قائم الزاوية؛ $\angle ABC = 90°$

**مثال 3** **الدقة** ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع.

7.
متساوي الساقين

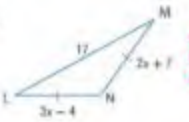
8. 

مختلف الأضلاع

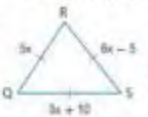
**مثال 4** إذا كانت النقطة $K$ هي نقطة المنتصف في $\overline{FH}$، فضع تصنيفًا لكل مثلث في الشكل على اليسار باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع.

9. $\triangle FGH$ متساوي الأضلاع
10. $\triangle GJL$ متساوي الساقين
11. $\triangle FHL$ مختلف الأضلاع

**مثال 5** **الجبر** أوجد قيمة $x$ وقياسات الأضلاع المجهولة لكل مثلث.

12. 

$x = 11$، $LN = 29$، $MN = 29$

13. 

$x = 5$، $QR = RS = QS = 25$

14. **مجوهرات** افترض أنك تطوي سلكًا من الصلب الذي لا يصدأ لعمل الفرط المعروض. الجزء البنفسجي من الفرط عبارة عن مثلث متساوي الساقين. إذا كان محيطه 15 cm لعمل جزء تعليق الفرط، فكم عدد الأقراط التي يمكن عملها من 45 cm من السلك؟ اشرح تبريرك.

**4. القدر الإجمالي من السلك المطلوب، بما في ذلك جزء التعليق هو 1.5 + 3.2 + 3.2 + 2.1 أو 10 cm. 45 cm ÷ 10 cm**
**للفرط 4.5 = أقراط. لا يوجد سلك كافٍ لعمل 5 أقراط، يمكن عمل 4 فقط باستخدام 45 cm من السلك.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



### اكتب!

**الاستمرار!** ذكّر الطلاب أنّه في التمرينين 12 و 13، حتى يتمكنوا من الإجابة عن الأسئلة كاملةً فعليهم أن يقدموا أكثر من حلٍّ للمتغير $x$. عند إيجاد قيمة $x$، يتم التعويض بها في كل تعبيرٍ خاص بطول كل ضلع.

### إرشاد للمعلمين الجدد

**الاستنتاج المنطقي** ذكّر الطلاب بأنّ المثلث الحاد لا بدّ أنْ يكونَ به ثلاث زوايا حادة. ولذا، عند تصنيف مثلث، إذا كان المثلث به زاوية واحدة ليست حادة، فلا بدّ أن يكون المثلث قائمًا أو منفرجًا.

## 3 تدريب

### التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-14 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

### خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

| المستوى | الواجب | خيار اليومين | |
|---|---|---|---|
| AL مبتدئ | 15-37, 56-59, 61-81 | 15-37, فردي, 65-68 | 16-36, زوجي, 56-59, 61-64, 69-81 |
| OL أساسي | 15-53, فردي, 54-59, 61-81 | 15-37, 65-68 | 38-59, 61-64, 69-81 |
| BL متقدم | 38-81 | | |

## التمرين وحل المسائل

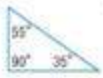
**مثال 1** ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.

15.

منفرج الزاوية

16.

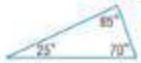
حاد الزاوية

17. 

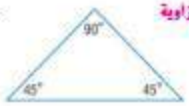
قائم الزاوية

18.

متساوي الزوايا

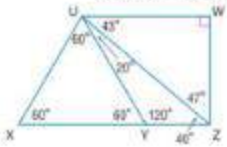
19. 

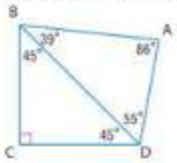
حاد الزاوية

20. 

قائم الزاوية

**مثال 2** **الدقة** ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.




21. $\triangle UYZ$ منفرج الزاوية
22. $\triangle BCD$ قائم الزاوية
23. $\triangle ADB$ حاد الزاوية
24. $\triangle UXZ$ حاد الزاوية
25. $\triangle UWZ$ قائم الزاوية
26. $\triangle UXY$ متساوي الزوايا

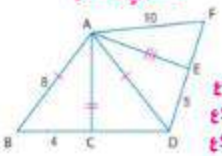
**مثال 3** ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع.

27.
متساوي الأضلاع

28.
متساوي الساقين

29.
مختلف الأضلاع

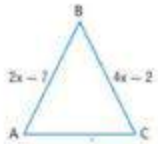
**مثال 4** إذا كانت النقطة $C$ هي نقطة الوسط في $\overline{BD}$ والنقطة $E$ هي نقطة الوسط في $\overline{DF}$، فضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع.




30. $\triangle ABC$ مختلف الأضلاع
31. $\triangle AEF$ مختلف الأضلاع
32. $\triangle ADF$ متساوي الساقين
33. $\triangle ACD$ مختلف الأضلاع
34. $\triangle AED$ مختلف الأضلاع
35. $\triangle ABD$ متساوي الأضلاع

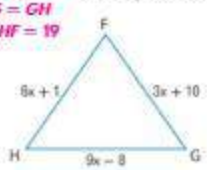
**مثال 5** 36. **الجبر** أوجد قيمة $x$ وطول كل ضلع إذا كان $\triangle ABC$ متساوي الساقين حيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$.

$x = 7,\ AB = 7,\ BC = 7,\ CA = 4$




37. **الجبر** أوجد قيمة $x$ وطول كل ضلع إذا كان $\triangle FGH$ متساوي الأضلاع.

$x = 3;\ FG = GH = HF = 19$




محفوظ الحقوق © مجموعة ماكجرو هيل التعليمية McGraw-Hill Education



711

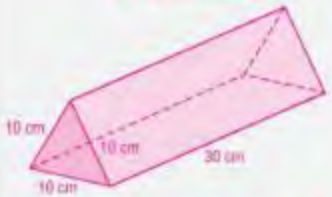
## ملاحظات لحل التمرين

**فرجار ومسطرة تقويم** يتطلب التمرين 53 استخدام فرجار ومسطرة تقويم.

## إجابات إضافية

**38.** 1∠: مختلف الأضلاع قائم الزاوية.
2∠: مختلف الأضلاع قائم الزاوية.
3∠: مختلف الأضلاع منفرج الزاوية.
4∠: مختلف الأضلاع حاد الزاوية.
5∠: مختلف الأضلاع قائم الزاوية.
6∠: مختلف الأضلاع منفرج الزاوية

**39.** لأن قاعدة المنشور المتكونة عبارة عن مثلث متساوي الأضلاع، فيجب تقطيع البلاطة المربعة إلى ثلاث شرائح متطابقة في العرض. وبما أن البلاطة الأصلية عبارة عن مربع 40 سنتيمترا، فيكون طول كل شريحة 12 سنتيمترًا في 3 ÷ 12 أو 4 سنتيمترات عرضًا.




**43.** مختلف الأضلاع؛ $XZ = 3\sqrt{5}$، $XY = \sqrt{113}$، $YZ = 2\sqrt{26}$

**44.** متساوي الساقين؛ $XZ = \sqrt{29}$، $YZ = 4$، $XY = \sqrt{29}$

**45.** متساوي الساقين؛ $XZ = 2$، $YZ = 2$، $XY = 2\sqrt{2}$

**46.** مختلف الأضلاع؛ $XZ = 8$، $YZ = \sqrt{130}$، $XY = \sqrt{82}$

**47.** **المعطيات:** $m\angle ADC = 120$

**المطلوب:** $\triangle DBC$ مثلث حاد الزاوية.

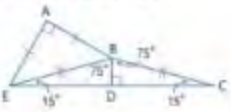
**البرهان:** $\angle ADC$ و $\angle BDC$ تكوّنان زوجًا خطيًا. $\angle ADC$ و $\angle BDC$ متكاملتان لأنه: إذا كانت زاويتان تكوّنان زوجًا خطيًا، فإنهما متكاملتان. إذًا $m\angle ADC + m\angle BDC = 180$. نحن نعرف أنّ $m\angle ADC = 120$، وبالتعويض، $120 + m\angle BDC = 180$. باستخدام الطرح نجد أنّ $m\angle BDC = 60$. نحن بالفعل نعرف أنّ $\angle B$ هي زاوية حادة لأن $\triangle ABC$ هو مثلث حاد. $\angle BCD$ يجب أيضًا أن تكون حادة لأنّ $\angle C$ حادة و $m\angle C = m\angle ACD + m\angle BCD$. $\triangle DBC$ هو مثلث حاد طبقًا للتعريف.

*Kat*, 2002, by Diana Ong, computer graphic

**38.** **فن الرسم** راجع الرسم المعروض. صنّف كل مثلث مرقّم في *Kat* حسب زواياه وأضلاعه. استخدم ركن صفحة الدفتر لتصنيف قياسات الزاوية واستخدم مسطرة لقياس الأضلاع. **انظر الهامش.**

**39.** **كليدوسكوب** بنى أحمد كليدوسكوبًا مختلف الألوان باستخدام أنبوب بلاستيكي وورق مقوى وقطع من الورق البلون وبلاطة ملاكمة 30 سم مربع. سيتم تقطيع البلاطة المربعة إلى شرائح وترتيبها لتشكيل منشور محتوى بقاعدة تشبه قاعدة مثلث متساوي الأضلاع. اصنع رسمًا للمنشور مع تحديد أبعاده. اشرح تبريرك. **انظر الهامش.**

**الدقة** ضع تصنيفًا لكل مثلث في الشكل حسب زواياه وأضلاعه.




**40.** $\triangle ABE$ متساوي الساقين قائم الزاوية

**41.** $\triangle EBC$ متساوي الساقين منفرج الزاوية

**42.** $\triangle BDC$ مختلف الأضلاع قائم الزاوية

**هندسة الإحداثيات** أوجد قياسات أضلاع $\triangle XYZ$ وضع تصنيفًا لكل مثلث حسب أضلاعه. **43–46. انظر الهامش.**

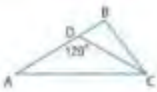
**43.** $X(-5, 9)$, $Y(2, 1)$, $Z(-8, 3)$

**44.** $X(7, 6)$, $Y(5, 9)$, $Z(9, 1)$

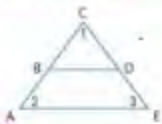
**45.** $X(3, -2)$, $Y(1, -4)$, $Z(3, -4)$

**46.** $X(-4, -2)$, $Y(-3, 7)$, $Z(4, -2)$

**47.** **البرهان** اكتب برهانًا حرًا لإثبات أن $\triangle DBC$ حاد الزاوية إذا كان $m\angle ADC = 120$، $\triangle ABC$ حاد الزاوية **انظر الهامش.**




**48.** **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن $BCD$ متساوي الزوايا إذا كان $ACE$ متساوي الزوايا و $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12**




**الجبر** لكل مثلث، أوجد $x$ وقياس كل ضلع.

**49.** $\triangle FGH$ مثلث متساوي الأضلاع حيث $FG = 3x - 10$، $GH = 2x + 5$، $HF = x + 20$
$x = 15$; $FG = 35$, $GH = 35$, $HF = 35$

**50.** $\triangle JKL$ مثلث متساوي الساقين حيث $\overline{JK} \cong \overline{KL}$، $JK = 4x - 1$، $KL = 2x + 5$، $LJ = 2x - 1$
$x = 3$; $JK = 11$, $KL = 11$, $LJ = 5$

**51.** $\triangle MNP$ مثلث متساوي الساقين حيث $\overline{MN} \cong \overline{NP}$ أقل باثنين من ضعف مضروبة في $x$، و $NP$ أكثر بسبعة من اثنين مضروبة في $x$، و $PM$ أكثر باثنين من ثلاثة مضروبة في $x$.
$x = 3$; $MN = 13$, $NP = 13$, $PM = 11$

**52.** $\triangle RST$ مثلث متساوي الأضلاع. $RS$ أكثر بثلاثة من أربعة مضروبة في $x$، و $ST$ أكثر بسبعة من اثنين مضروبة في $x$، و $TR$ أكثر بواحد من ضعف مضروبة في $x$.
$x = 2$; $RS = ST = TR = 11$

**52.** **الإنشاء** قم بإنشاء مثلث متساوي الأضلاع. تحقق من إنشائك باستخدام القياس وعمله باستخدام الرياضيات. (تلميح: استخدم الإنشاء في صنع قطعة مستقيمة). **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**



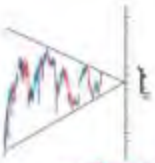
حقوق النشر © مجموعة ماكجرو-هيل التعليمية، وهي جزء من شركة ماكجرو-هيل للتعليم

## التدريس المتمايز

**التوسع** اجعل الطلاب يحاولوا رسم كل توافيق المثلث المعطاة في هذا المخطط. يجب أن يقدم الطلاب مثالاً على كل نوع من أنواع المثلثات، أو توضيحًا للسبب وراء اعتقادهم أن هذه التوافيق غير ممكنة.

| | حاد الزوايا | منفرج الزاوية | قائم الزاوية | متساوي الزوايا |
|---|---|---|---|---|
| مختلف الأضلاع | | | | |
| متساوي الساقين | | | | |
| متساوي الأضلاع | | | | |

54. **الأسهم** يستخدم المحللون الفنيون مخططات بيانية لتحديد الأنماط التي يمكن أن تشير إلى نشاط مستقبلي في أسعار الأسهم. تحقق مخططات المثلثات المتناظرة العائمة الأكثر عندما يقل التقلب في سعر سهم مع الوقت.



a. صِفْ تصنيفًا حسب الأضلاع والزوايا للمثلث الذي يتشكل إذا تم رسم خط رأسي عند أية نقطة على التمثيل البياني. مثلث **متساوي الساقين؛ حاد الزاوية**

b. كيف يجب أن يتغلب السعر لكي تشكل البيانات مثلثًا منفرج الزاوية؟ ارسم مثالاً لدعم تبريرك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

55. **التمثيلات المتعددة** في الرسم التخطيطي، الرأس المقابلة للضلع $\overline{AC}$ هي $\angle A$. **انظر الهامش.** الرمز

a. **هندسيًا** ارسم أربعة مثلثات متساوية الساقين. بما فيها مثلث حاد الزاوية ومثلث قائم الزاوية ومثلث منفرج الزاوية. واكتب على الرأسين المقابلين للضلعين المتطابقين المرفقين $A$ و $C$. وميّز الرأس المتبقية بالحرف $B$. ثم قس زوايا كل مثلث واكتب كل زاوية مع قياسها.

b. **جدوليًا** قس جميع زوايا كل مثلث. ضع القياسات بالترتيب لكل مثلث في جدول. وأضف عمودًا إلى جدولك لتسجيل مجموع هذه القياسات.

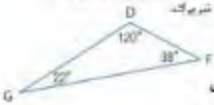
c. **لفظيًا** ضع تخمينًا لقياسات الزوايا المقابلة للأضلاع المتطابقة لمثلث متساوي الساقين. ثم ضع تخمينًا لمجموع قياسات الزوايا لمثلث متساوي الساقين.

d. **جبريًا** إذا كانت $x$ هي قياس إحدى الزوايا المقابلة لأحد الأضلاع المتطابقة في مثلث متساوي الساقين، فاكتب تعابير لقياسات كل من الزاويتين الأخريين في المثلث أعلاه.

56. **الإجابة النموذجية: أسماء، تحتوي كل المثلثات على زاويتين حادتين على الأقل، ولذلك، وباستخدام تبرير أماني، سيتم تصنيف كل المثلثات بأنها حادة. يتم تصنيف المثلثات بدلاً من ذلك حسب زاويتها الثالثة. إذا كانت الزاوية الثالثة حادة أيضًا، فالمثلث حاد الزاوية. إذا كانت الزاوية الثالثة منفرجة، كما في المثلث الظاهر، فالمثلث مصنف بأنه منفرج الزاوية.**

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدم مهارات التفكير العليا

56. **تحليل الخطأ** تقول أسماء إن $\triangle DFG$ منفرج الزاوية. تعتقد معها أماني، وتشرح أن المثلث يحتوي على زوايا حادة أكثر من الزوايا المنفرجة. فلا بد أنه حاد الزاوية. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح تبريرك.




**الدقة** حدد ما إذا كانت العبارات أدناه صحيحة *أحيانًا*، أم *دائمًا*، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك. 57–60. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

57. المثلثات متساوية الزوايا تُعتبر أيضًا مثلثات قائمة الزاوية.

58. المثلثات متساوية الأضلاع تُعتبر متساوية الساقين.

59. المثلثات قائمة الزاوية تُعتبر متساوية الأضلاع.

60. **تحدٍ** تبلغ قياسات أضلاع مثلث متساوي الأضلاع $3 + 5x$ وحدات و $5 - 7x$ وحدات. فما محيط المثلث؟ اشرح.

**مسألة غير محددة الإجابة** ارسم مثالاً لكل نوع من المثلثات أدناه باستخدام منقلة ومسطرة. اكتب على القياسات أضلاع وزوايا كل مثلث. وإن كان ذلك غير ممكن، فاشرح السبب. 61–64. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

61. مختلف الأضلاع قائم الزاوية

62. متساوي الساقين منفرج الزاوية

63. متساوي الأضلاع منفرج الزاوية

64. **الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في أن تصنيف مثلث متساوي الزوايا باعتباره مثلثًا حادًا متساوي الزوايا غير ضروري.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



## التمثيلات المتعددة

في التمرين 55. يستكشف الطلاب زوايا مثلث متساوي الساقين باستخدام أدوات الرسم. ومتضدة. والوصف اللفظي. والوصف الجبري.

**انتبه!**

**تحليل الخطأ** بالنسبة للتمرين 56. على الطلاب أن يفهموا أن أسماء مُحقّة. نافش أن المثلث يمكن أنْ يوجد به زاوية منفرجة واحدة فقط. ولذا فكل مثلث منفرج به زاويتان حادتان. في الحقيقة. كل مثلث به زاويتان حادتان على الأقل؛ ولذا. فمنطق أماني خطأ.

## ملاحظات لحل التمرين

**المنقلة والمسطرة** تتطلب التمارين 61-63 استخدام منقلة ومسطرة.

## إجابات إضافية

55a. الإجابة النموذجية:

55b.

| $m\angle A$ | $m\angle C$ | $m\angle B$ | مجموع قياسات الزوايا |
|---|---|---|---|
| 55 | 55 | 70 | 180 |
| 68 | 68 | 44 | 180 |
| 45 | 45 | 90 | 180 |
| 30 | 30 | 120 | 180 |

55c. الإجابة النموذجية: في المثلث متساوي الساقين. تتساوى الزوايا المقابلة للأضلاع المتطابقة في القياس. مجموع قياس زوايا المثلث متساوي الساقين هو 180.

55d. $x$ و $180 - 2x$؛ إذا كانت الزوايا المقابلة للضلعين المتطابقين في المثلث متساوي الساقين لها نفس القياس. فإذا كانت إحداهما تساوي $x$. فإن الأخرى أيضًا تساوي $x$. مجموع قياس زوايا المثلث متساوي الساقين هو 180. إذًا فقياس الزاوية الثالثة يساوي $180 - 2x$.

## 4 التقويم

**الكرة البلورية** اطلب من الطلاب أن يكتبوا عن استخدام المعلومات التي تعلموها عن تصنيف المثلثات في إيجاد قياسات زوايا المثلث باستخدام الرموز >، <، أو =. على سبيل المثال، المثلث المنفرج به زاوية أكبر من 90 درجة.

### المتابعة

استكشف الطلاب تصنيفات المثلثات.

**اطرح السؤال التالي:**

- كيف يتم تصنيف المثلثات؟

الإجابة النموذجية: متساوي الأضلاع، متساوي الساقين، مختلف الأضلاع، أو طبقًا للزوايا: متساوي الزوايا، منفرج الزاوية، قائم الزاوية، حاد الزاوية

### إجابات إضافية

**75.** المستوى $AEB$ يتقاطع مع المستوى $N$ في $\overline{AB}$.

**77.** تقع النقاط $D$، $C$، و $B$ في المستوى $N$. ولكن النقطة $E$ لا تقع في المستوى $N$. وبالتالي، فإنها ليست في مستوى واحد.

### تدريب على الاختبار المعياري

**65.** ما نوع المثلث الذي يمكن أن يقدم مثالاً مضادًا على العرضة أدناه؟ **A**

> إذا كانت زاويتا مثلث حادتين، فإن قياس الزاوية الثالثة يجب أن يكون أكبر من 90 أو يساويها.

A متساوي الأضلاع
B منفرج الزاوية
C قائم الزاوية
D مختلف الأضلاع

**66. الجبر** يتكلف قمار كرة البيسبول في الأصل AED 84.50 لشرائه إسماعيل بخصم 40%. فكم كان مقدار الخصم من السعر الأصلي؟ **H**

F AED 50.70
G AED 44.50
H AED 33.80
J AED 32.62

**67. الإجابة الشبكية** يتدرب أسامة لعروض سباق 20 كم. ويركض 7 كم أيام الاثنين والثلاثاء والجمعة، و 12 كم يومي الأربعاء والسبت. بعد 6 أسابيع من التدريب، كم عدد السباقات التي تساوي ما يفترض أن يكون أسامة قد ركضه حينها؟ **13.5**

**68. SAT/ACT** ما ميل الخط الذي تصدده المعادلة $2x + y = 5$؟ **B**

A $-\frac{5}{2}$
B $-2$
C $-1$
D $2$
E $\frac{5}{2}$

### مراجعة شاملة

**أوجد المسافة بين كل زوج من الخطوط المتوازية بمراعاة المعادلات المعطاة.**

**69.** $x = -2$ **7**، $x = 5$

**70.** $y = -6$ **7**، $y = 1$

**71.** $y = 2x + 3$ **$2\sqrt{5}$**، $y = 2x - 7$

**72.** $y = x + 2$ **$3\sqrt{2}$**، $y = x - 4$

**73. كرة القدم** عند تخطيط ملعب التدريب على كرة القدم، رسم السيد بلال الخطوط الجانبية أولاً. ثم وضع علامات لزيادات بمقدار 10 أمتار على أحد خطوط الجانب. ثم وضع خطوطًا عمودية على الخطوط الجانبية عند كل علامة على مسافة 10 أمتار. لماذا يضمن هذا توازي خطوط الـ 10 أمتار؟

**الخطان اللذان يقعان على مستوى واحد ومتعامدان على خط واحد يكونان متوازيين.**

**راجع الشكل الموجود على اليسار.**

**74.** كم عدد المستويات التي تظهر في هذا الشكل؟ **5**

**75.** اذكر اسم تقاطع المستوى $AEB$ مع المستوى $N$. **انظر الهامش.**

**76.** عيّن ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة. **$E$ و $F$ و $C$**

**77.** هل النقاط $D$، و $E$، و $C$، و $B$ على مستوى واحد؟ **انظر الهامش.**

### مراجعة المهارات

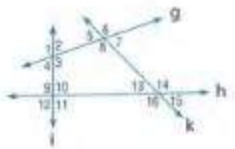
**حدد كل زوج من الزوايا باعتباره زوايا داخلية متبادلة، أو زوايا خارجية متبادلة، أو زوايا متناظرة، أو زوايا داخلية متتالية.**

**78.** $\angle 5$ و $\angle 3$ **زوايا داخلية متبادلة**

**79.** $\angle 4$ و $\angle 9$ **زوايا داخلية متتالية**

**80.** $\angle 11$ و $\angle 13$ **زوايا داخلية متبادلة**

**81.** $\angle 1$ و $\angle 11$ **زوايا خارجية متبادلة**




Holt Rinehart and Winston. جميع الحقوق محفوظة.



714 | الدرس 1-12 | تصنيف المثلثات